

# Un aborde euleriano al problema del balanceo de secciones geológicas estructurales

**Juan Contreras-Pérez**

*Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada,  
Carretera Tijuana-Ensenada 3918, Zona Playitas, 22860 Ensenada B.C., México.  
juanc@cicese.mx*

## RESUMEN

*En la mecánica del medio continuo, un proceso de deformación puede ser descrito eligiendo, ya sea, un sistema de referencia lagrangiano o euleriano. Tradicionalmente el problema del balanceo de secciones estructurales se ha abordado usando el primer sistema de referencia en donde el observador se desplaza con el medio conforme se deforma. En tal sistema de referencia, sólo se puede establecer el campo de distorsión del medio a través de relaciones geométricas entre marcadores geológicos. El balanceo de secciones busca establecer, a partir de tales relaciones, una reconstrucción del subsuelo en la que exista continuidad de estratos y áreas en cierto tiempo en el pasado geológico (retrodeformabilidad). A la vez, el área de las rocas contenidas en la sección en esos dos estados debe ser la misma de acuerdo con el principio de conservación de masa. Utilizando resultados clásicos de la mecánica del medio continuo se establece que el problema de balanceo de secciones estructurales se puede caracterizar de forma equivalente a través del campo de velocidad del proceso de deformación. Para esto hay que elegir un sistema de referencia euleriano en donde el observador permanece inmóvil.*

*Palabras clave: deformación, conservación de masa, plegamiento, fallamiento, balanceo de secciones estructurales.*

## ABSTRACT

*In continuum mechanics, a deformation process can be described either using a Lagrangian reference frame or an Eulerian reference frame. The problem of balancing and restoration of cross-sections traditionally has been approached using the former reference frame in which the observer moves with the rocks as they deform. Under such reference frame an observer is only aware of changes in geometrical relationships among geological markers (distortion field). Geologists in turn use this information to build a model of the subsurface geometry that satisfies the stratigraphic principles of continuity of strata and bed area at a given time in the geologic past (cross section restoration). At the same time, the amount of area contained in the balanced and restored cross-section must be the same because mass must be conserved. Using classical results from continuum mechanics, this paper shows that the problem of balancing and restoration of cross-sections can also be characterized by the velocity field of the deformation process. This requires, however, using an Eulerian reference frame in which the observer remains stationary.*

*Key words: deformation, mass conservation, folding, faulting, cross-section balancing.*

## INTRODUCCIÓN

El balanceo de secciones estructurales permite obtener reconstrucciones retrodeformables del subsuelo que satisfacen el principio de conservación de masa (Dahlstrom, 1969). El procedimiento involucra la minimización de la diferencia de atributos geométricos tales como área, longitud y espesor de estratos entre el estado inicial y deformado observado (v.g., Suppe, 1985; Wilkerson y Dicken, 2001). Las secciones balanceadas han ayudado a entender estructuras y relaciones complejas en cinturones de pliegues y cabalgaduras (Hossack 1979; Suter, 1981; Suppe, 1983). Esto es de aplicación inmediata en la industria del petróleo debido a que los cinturones orogénicos contienen estructuras ideales para acumular y producir hidrocarburos. A pesar de que esta es una idea simple y elegante, la construcción de una sección estructural balanceada no garantiza que ésta sea una representación correcta de la geometría del subsuelo. Las secciones resultantes sólo son tan buenas como los datos utilizados y las suposiciones hechas durante su construcción.

Aquí hay que notar que el balanceo de secciones requiere de suposiciones que pueden ser poco realistas. Por ejemplo, es necesario suponer que las rocas son incompresibles e inextensibles (Dahlstrom, 1969; Hossack, 1979; Suppe, 1983; Woodward *et al.*, 1985). A pesar de que esto podría parecer razonable, tales suposiciones las restringen a ciertas clases de sustancias cuya reología, como se discute más adelante, no es compatible con aquella de los materiales de la corteza superior (v.g., Duncan y Duncan, 1982, Kwon *et al.*, 2005). De hecho, este problema está estrechamente relacionado con uno de los problemas más antiguos de la geometría: el problema isoperimétrico o de la reina de Dido. Un corolario a la solución de éste es que cualquier deformación isocórica que altere la forma de una curva embebida en un medio incrementa necesariamente la longitud del marcador (Figura 1). La implicación, entonces, es que el balanceo de secciones estructurales excluye deformaciones por cizalla pura y simple que conservan masa, pero no longitud.

En este artículo se presenta una revisión de la técnica de construcción de secciones balanceadas. El objetivo es mostrar los principios en los que descansa y sus limitaciones usando cierto rigor matemático, sin que sea exhaustivo y completo. El análisis se restringe al caso de deformación quebradiza que se caracteriza por no presentar cambios de fases mineralógicas. Esto simplifica sustancialmente la formulación del problema de balanceo. Otro objetivo es mostrar que la construcción de secciones balanceadas acepta una caracterización a través del campo de velocidades del proceso de deformación. Este es un resultado clásico de la mecánica del medio continuo (v.g., Gurtin, 1981). Esta caracterización es menos restrictiva y admite deformaciones por cizalla pura y simple, así como compactación por pérdida de porosidad. También se ilustra el uso de una serie de programas de cómputo que el autor ha desarrollado

(Contreras y Suter, 1990; Contreras, 1991; Contreras y Suter, 1997; Contreras 2002; Contreras, en prensa) para modelar la evolución de estructuras de cinturones compresionales obteniéndose resultados similares a los métodos de balanceo tradicionales. El autor ofrece gratuitamente estos programas, junto con un manual describiendo su uso, a quien esté interesado en utilizarlos.

En este artículo, el término *sistema de referencia* se refiere al entorno, así como su estado de movimiento, bajo el cual un observador o un instrumento realizan una medición. Este no debe confundirse con un *sistema coordinado*, el cual es un concepto matemático y se refiere al establecimiento de un sistema ejes que pasan por un punto-origen que determinan las posiciones espaciales de las partículas de un sistema.

## EL PROBLEMA DE LA RECONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL SUBSUELO

Durante un proceso de deformación, los diversos cuerpos geológicos que conforman a la corteza terrestre son distorsionados adquiriendo nuevas geometrías; en otras ocasiones, si los esfuerzos alcanzan cierto nivel crítico, la deformación se localiza a lo largo de discontinuidades formando fronteras internas que denominamos fallas. Con el paso del tiempo, la nueva geometría es erosionada y

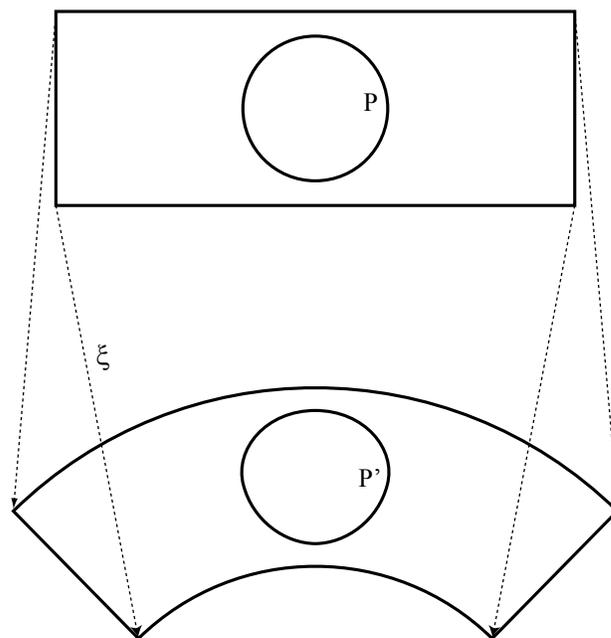


Figura 1. El problema isoperimétrico de la antigua Grecia establece que el círculo es la curva cerrada que minimiza el área contenida en ella. En consecuencia, si éste cambia su forma por una deformación isocórica  $\xi$ , entonces el perímetro de la nueva curva es mayor que el de círculo original  $P' > P$ . Solo una rotación de cuerpo rígido mantendrá el perímetro constante  $P' = P$ .

sepultada por depósitos sedimentarios dejando información fragmentaria del proceso de deformación. Es de interés reconstruir la geometría de cuerpos geológicos así deformados, ya que constituye la base para establecer la secuencia de eventos que afectaron a una región. Otra razón es que sirve para estimar reservas y determinar la vida de explotación de yacimientos. Finalmente, es un área de especial interés en el modelado de sistemas petroleros ya que la reconstrucción del subsuelo se usa como modelo de entrada para predecir la maduración, migración y producción de hidrocarburos (ver referencias contenidas en Swennen *et al.* (eds), 2004).

Los datos estructurales utilizados para reconstruir la geometría del subsuelo tienen las siguientes características. (i) Tienen un muestreo espacial irregular, producto de la accesibilidad a la información y a limitaciones económicas. (ii) Los datos tienen una precisión inherente asociada a las mediciones estructurales. Por ejemplo, una medición efectuada con brújula típicamente tiene un error de  $\pm 2^\circ$ . (iii) Los datos son representativos de una escala de longitud característica. La deformación de las rocas es producto de la interacción entre una serie de subsistemas que ocurren en una gran variedad de escalas de tiempo y longitud, y uno debe ser cuidadoso al tomar mediciones y estar seguro que éstas son representativas de la escala y proceso de interés. Esto es algo que informalmente se le denomina “calidad” o representatividad.

Una manera de abordar el problema de la reconstrucción de la geometría del subsuelo es considerarlo como un problema de interpolación y extrapolación. Sin embargo, las propiedades de los datos de entrada dan lugar a artificios en la reconstrucción. Por ejemplo, se presentan problemas de suplantado (Figura 2a). También se presenta propagación de errores por paralaje, los cuales pueden ser del orden de

cientos de metros sobre distancias de 5 km. Otro problema es que los datos pueden contener ruido por efecto de la separación de escalas del proceso de deformación.

Para disminuir estos artificios es necesario incrementar la densidad de los datos y su calidad (Figura 2b); sin embargo, esto tiene un costo asociado, por lo que no siempre es posible tener la resolución adecuada para restaurar la geometría por debajo del umbral de tolerancia requerido (del orden de  $10^1$ – $10^2$  m para el caso de la industria del petróleo y minera). Esto es especialmente crítico para datos del subsuelo, los cuales son escasos y tienen errores grandes en su ubicación y en sus echados. Un ejemplo son las secciones sísmicas de reflexión. Estas producen imágenes distorsionadas del subsuelo (Figura 3) debido a que los rayos sísmicos no viajan verticalmente en el subsuelo, sino que lo hacen siguiendo la dirección perpendicular al echado. Esto da como resultado que la curvatura de horizontes reflectores difieran de la curvatura real de las estructuras. Otra fuente de distorsión es la estructura de velocidad del subsuelo, la cual es crítica para convertir tiempo de recorrido a profundidad (Figura 3b). Ésta es particularmente difícil de estimar en las partes profundas de secciones y no es raro que contenga incertidumbres del orden de 100% para tiempos de recorrido mayores a cuatro segundos (Yilmaz, 1987).

## EL BALANCEO DE SECCIONES ESTRUCTURALES

Otra metodología que se ha desarrollado durante los últimos 50 años es la de nominada construcción de secciones balanceadas. A diferencia del uso de interpoladores, en el balanceo de secciones no se requiere incrementar la resolución espacial de los datos para disminuir la incerti-

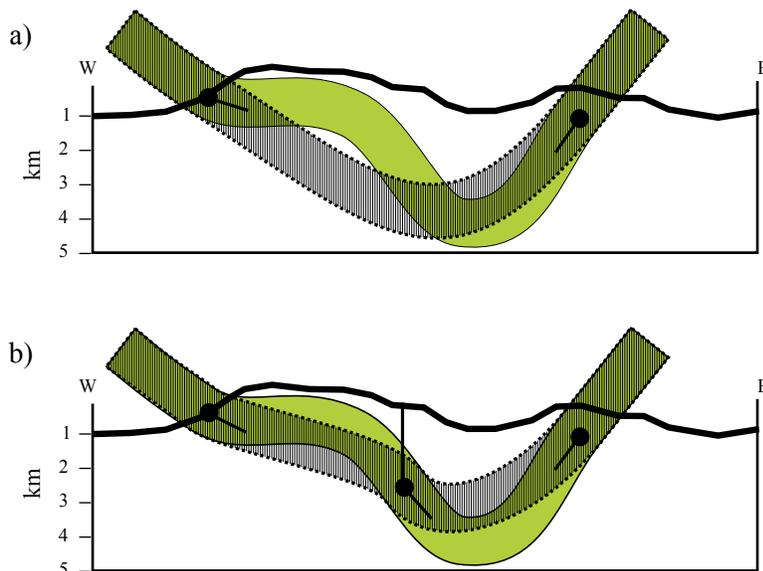


Figura 2. a: Las secciones geológicas se construyen a partir de datos discretos. Esto puede resultar en efectos de suplantado. b: Al incrementar la resolución, la reconstrucción se ajusta mejor a la geometría real, disminuyendo la incertidumbre. Ver texto para más detalles.

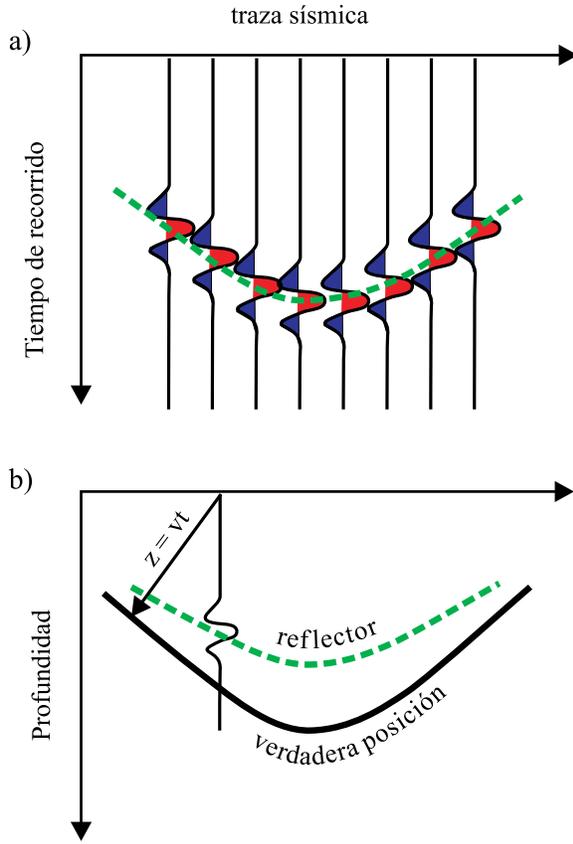


Figura 3. Los datos del subsuelo pueden tener grandes incertidumbres; éste es el caso de secciones sísmicas. a: Las trazas sísmicas son apiladas de manera vertical y a partir de éstas se reconstruye la geometría del subsuelo en el dominio del tiempo de recorrido (línea punteada). b: En realidad, los rayos viajan en la dirección perpendicular a los echados por lo que hay que corregir la posición de horizontes reflectores (línea punteada) mediante migración (línea sólida). Además, para encontrar su profundidad es necesario conocer la estructura de velocidad del medio.

dumbre de la reconstrucción. La metodología, por lo tanto, es una herramienta muy atractiva desde el punto de vista económico. En términos formales, el balanceo de una sección estructural es un problema de minimización sujeto a restricciones (Woodward *et al.*, 1985)

$$\min [\Phi(p)] \quad (1)$$

$$\varphi(p) = c \quad (2)$$

en donde la función objetivo a minimizar  $\Phi(p)$  es la incertidumbre en la reconstrucción de marcadores geológicos (v.g., estratos) y sus echados (derivadas). Ésta corresponde a la suma de la diferencias entre la reconstrucción del subsuelo  $\hat{\xi}(p)$  y la posición verdadera de las unidades deformadas  $\bar{\xi}(p)$  y sus derivadas

$$\Phi(p) = \left| \hat{\xi}(p) - \bar{\xi}(p) - \lambda \left( \frac{d\hat{\xi}(p)}{dx} - \frac{d\bar{\xi}(p)}{dx} \right) \right| \quad (3)$$

Aquí,  $\lambda$  es una función peso que puede ser usada

para ponderar el ajuste de la pendiente. Hay que notar que el modelo del subsuelo  $\hat{\xi}(p)$  es la función de deformación y que esta debe satisfacer las condiciones de frontera impuestas por datos de afloramientos, pozos, reflectores sísmicos, etc.

En el balanceo de una sección también se busca que el modelo del subsuelo satisfaga principios físicos fundamentales, los cuales son encapsulados por la función  $\varphi(p)$  en la Ecuación 2. El objetivo de introducir esta(s) restricción(es) es el de acotar el espacio de soluciones posibles que satisfaga las condiciones de frontera. Una de las restricciones más generales que se puede imponer a un modelo del subsuelo es que satisfaga el principio de conservación de masa. Es decir, la cantidad de masa contenida en un volumen arbitrario de roca debe permanecer constante durante un evento de deformación  $\hat{\xi}(p)$ . Esta restricción puede incorporarse en la función de deformación de la siguiente manera (Ramsay y Lisle, 2000)

$$\det \nabla \bar{\xi}(p) = \zeta \quad (4)$$

donde  $\nabla \bar{\xi}(p)$  es el gradiente de deformación y  $\zeta$  es el cambio volumétrico experimentado por la roca durante el proceso de deformación. De esta manera, el problema de balanceo de secciones puede plantearse como

$$\min \left| \hat{\xi}(p) - \bar{\xi}(p) - \lambda \left( \frac{d\hat{\xi}(p)}{dx} - \frac{d\bar{\xi}(p)}{dx} \right) \right| \quad (5)$$

$$\det \nabla \bar{\xi}(p) = \zeta \quad (6)$$

Sin duda, esta es una forma innovadora de abordar el problema de la reconstrucción del subsuelo. Su potencial, sin embargo, permanece inexplorado. Varias son las razones de esto. La función de deformación  $\bar{\xi}(p)$  es difícil de establecer analíticamente y sólo los casos más sencillos de plegamiento paralelo armónico admiten una representación de forma cerrada (v.g., Ramsay y Lisle, 2000; Contreras, en prensa). Un problema adicional es si se presenta fallamiento, pues en estas circunstancias la función de deformación contiene singularidades en sus derivadas, es discontinua y en general no es invertible. El problema de minimización, por lo tanto, no tiene solución.

Como puede apreciarse, la definición de balanceo de secciones de Woodward *et al.* (1985) es demasiado restrictiva para tener uso y es necesario relajarla para hacerla práctica. En la actualidad se considera que una sección estructural está balanceada si es consistente con las condiciones de frontera y, además, minimiza el principio de conservación de masa. Sin embargo, la formulación del principio de conservación de masa depende del sistema de referencia elegido. Gurtin (1981) presenta una discusión detallada de las diferencias entre los sistemas de referencia empleados para describir cuerpos deformables. Por lo tanto, el problema del balanceo de una sección estructural puede abordarse de más de una manera, lo que se discute a continuación.

## SISTEMA DE REFERENCIA LAGRANGIANO Y EL BALANCEO POR ÁREA Y LONGITUD DE CAPAS

Ahora nos enfocaremos en la formulación del principio de conservación de masa utilizando un sistema de referencia lagrangiano, el cual ha sido empleado tradicionalmente por geólogos estructurales para describir la deformación de las rocas. En su forma más simple, el principio de conservación de masa en un medio que se deforma considera un volumen arbitrario  $V$  que se desplaza junto con el resto del medio como se ilustra en la Figura 4a. Un observador contenido en el volumen se encuentra en un sistema de referencia lagrangiano y no percibe cambios en la masa en el volumen de control, i.e.,

$$\int_V \rho dV - \int_{V'} \rho' dV' = 0 \quad (7)$$

donde  $\rho$  es la densidad en el estado inicial  $V$ ,  $\rho'$  es la densidad en la configuración deformada  $V'$  y  $dV$ ,  $dV'$  son diferenciales de volumen en esos estados (Figura 5). De esta manera, el observador sólo se percata de distorsiones en marcadores materiales en la roca y de cambios en sus propiedades geométricas locales como son cambios de ángulos, elongaciones, etc. Los trabajos de Chamberlain (1910), Suter (1981) y Suppe (1983) son ejemplos de esto (Figura 6).

Lo siguiente es considerar que una sección estructural es un corte vertical contenido en el volumen de roca  $V$ , entonces,  $dV$  puede expresarse como  $dV = A \times \ell$ , donde  $dA$  es un diferencial de área y  $\ell$  es el grosor del volumen de roca medido en la dirección perpendicular al plano de

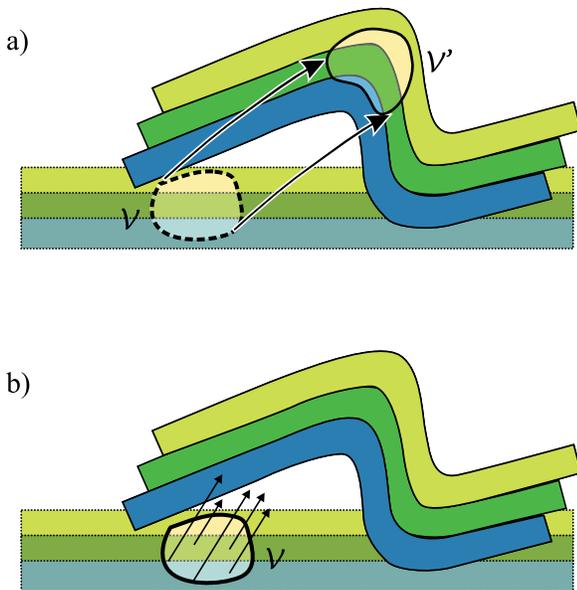


Figura 4. a: En un sistema de referencia lagrangiano, un volumen de control  $V$  se deforma junto con el medio hasta alcanzar el estado deformado  $V'$ . b: En un sistema de referencia euleriano, el volumen de control  $V$  permanece estacionario y la masa contenida en él fluye a través de sus fronteras.

sección (Figura 5). Si se cumplen las siguientes condiciones: (i) la densidad de las rocas permanece constante, (ii) la deformación es cilíndrica (v.g., plana) y (iii) el plano de la sección está orientado de manera paralela a la dirección de transporte. Entonces  $\ell$  permanece constante durante la deformación y la Ecuación 7 se simplifica a la siguiente expresión

$$A = A' \quad (8)$$

Es decir, en una sección estructural orientada paralela a la dirección del transporte tectónico, el área de las rocas cortadas por el plano de sección debe ser la misma que en estado sin deformar de las rocas.

Las expresiones (7) y (8) establecen que es necesario comparar el estado inicial sin deformar contra el estado observado deformado para construir una sección balanceada. Esto es el *quid* del balanceo de secciones, y su construcción no es una tarea trivial. El primer estado se desconoce y el segundo es necesario reconstruirlo con las limitaciones y artificios resultantes ya discutidos. A pesar de esto, observaciones estratigráficas indican que las secuencias sedimentarias obedecen principios simples descritos por Steno en 1669 y otros naturalistas del siglo XVIII y XIX que constriñen fuertemente la geometría del estado inicial. Esto ha llevado a plantear el problema de balanceo de la siguiente manera: una sección estructural esta balanceada si al restaurar la sección (retrodeformar) a su estado original ésta obedece las leyes estratigráficas de horizontalidad original, continuidad lateral de estratos y superposición. En este tipo de balanceo se busca minimizar la diferencia entre las áreas de esos dos estados.

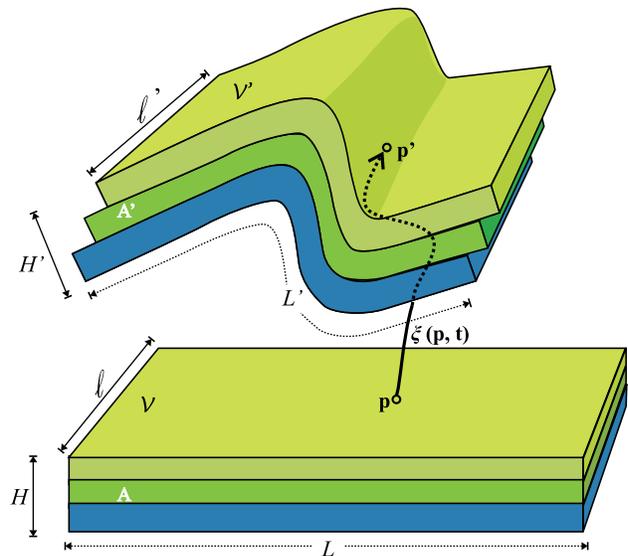


Figura 5. Elementos geométricos de un volumen de rocas estratificadas  $V$  que se distorsiona bajo la acción de una función de deformación  $\xi$  hasta alcanzar una forma plegada  $V'$ . El volumen en el estado inicial tiene dimensiones  $L \times \ell \times H$  y un área en sección  $A$ .

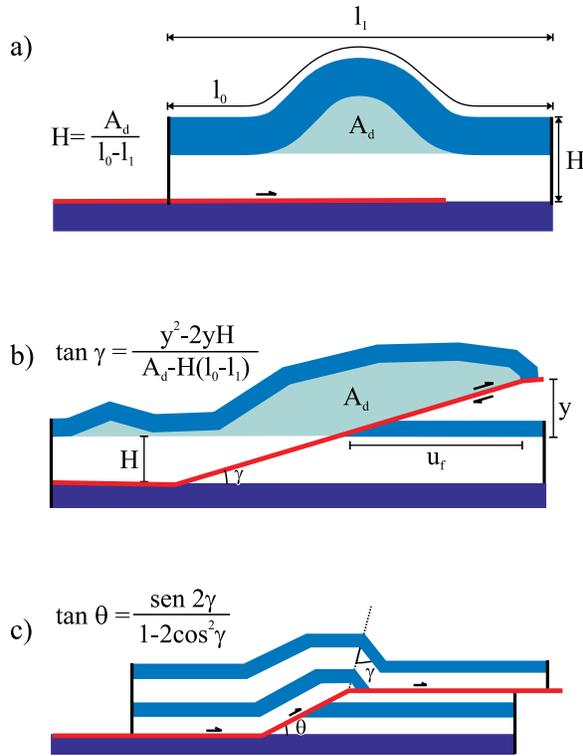


Figura 6. En un aborde lagrangiano, la deformación sólo se puede caracterizar por relaciones geométricas entre marcadores materiales geológicos en el estado deformado. Ejemplo de esto son (a) el cálculo de la profundidad al despegue basal para un pliegue de despegue (Chamberlain, 1910); (b) el cálculo del echado  $\gamma$  de una rampa que corta un anticlinal (Suter, 1981); y (c) el cálculo del echado de una rampa, conocido el ángulo del plano axial del flanco frontal de un pliegue-rampa (Suppe, 1983).

$$\min |A = A'|. \quad (9)$$

Numerosos autores (v.g., Woodward *et al.*, 1985; Shaw *et al.*, 2005 y autores ahí citados) consideran que la expresión (8) se simplifica aún más para el caso de plegamiento cilíndrico paralelo. Se piensa que en este tipo de deformación, el espesor de capas  $H$  y su longitud  $L$  permanece constante (Figura 5). De esta manera, una sección estructural retrodeformable en donde el espesor de capas y sus longitudes es la misma tanto en el estado inicial como en el deformado, se dice que esta balanceada por longitud de capas. En este tipo de balanceo se busca minimizar la diferencia entre las longitudes de las capa del estado deformado y sin deformar

$$\min |L = L'|. \quad (10)$$

### SISTEMA DE REFERENCIA EULERIANO Y CINEMÁTICA DE LA DEFORMACIÓN

Ahora se considera un sistema de referencia euleriano, en donde el volumen de control permanece estacionario (Figura 4b). Un observador contenido en él se encuentra

en un sistema de referencia inercial fijo y se percata que el medio se encuentra en movimiento, que la masa contenida en el volumen de control escapa a través de sus fronteras y que nueva masa es adicionada a través de ellas. Entonces, para obtener una descripción euleriana de la ecuación de conservación de masa hay que agregar esos efectos a la Ecuación 7

$$\int_V \rho dV - \int_V \rho' dV + \Delta t \int_V \bar{v} \cdot \nabla \rho dV + \Delta t \int_{\Gamma} \rho \bar{v} \cdot \bar{n} dV = 0 \quad (11)$$

en donde  $\Gamma$  representa la frontera de  $V$ ,  $\bar{n}$  es un vector unitario normal a esta,  $\bar{v}$  es la velocidad del medio, *i.e.*,  $\bar{v} = \dot{\xi}$ , y  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo que transcurre durante la deformación. Los primeros dos términos en la Ecuación 11 son el cambio de masa lagrangiano (Ecuación 7); los otros dos términos representan el movimiento del medio y el flujo de masa que escapa/entra por la frontera  $\Gamma$ . Si la densidad permanece constante, la Ecuación 11 se simplifica a la siguiente expresión:

$$\int_{\Gamma} \rho \bar{v} \cdot \bar{n} dV = 0 \quad (12)$$

Esta relación establece que en un medio incompresible el flujo neto a lo largo de su frontera debe ser nulo. Usando resultados clásicos de cálculo es posible expresar esta ecuación integral como la siguiente la ecuación diferencial (Ramsay y Lisle, 2000)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

Esto significa que la divergencia del campo de velocidad de un proceso de deformación incompresible es idéntica a cero en todos los puntos de la región deformada. La Ecuación 13 es conocida como la ecuación de continuidad y su significado físico es que la razón de dilatación volumétrica local de un medio incompresible es nula. Para completar la caracterización de la deformación es necesario encontrar las trayectorias  $\xi$  que describen las partículas que constituyen al medio. Éstas son la solución a la siguiente ecuación diferencial (Ramsay y Lisle, 2000)

$$\frac{d\xi}{dt} = \bar{v}(\xi). \quad (14)$$

Para encontrar la solución a la Ecuación 14 se requiere conocer la configuración del medio  $\xi_0$  en cierto tiempo arbitrario  $t_0$  conocido.

Como puede apreciarse, en un sistema de referencia inercial fijo el principio de conservación de masa gobierna la cinemática de la deformación. Es decir, el campo de velocidades de un proceso de deformación esta constreñido por la Ecuación 13. Otra conclusión de este resultado es que el balanceo de una sección estructural también puede plantearse como un problema de valores iniciales y de condiciones en la frontera. Consecuentemente, todo proceso de deformación tiene asociado un conjunto de condiciones iniciales y de frontera que lo caracterizan.

En las siguientes secciones se describen las condiciones de frontera y las soluciones para la formación de pliegues de despegue, pliegues-rampa y pliegues de propagación de falla. Éstos son procesos de deformación fundamentales de cinturones contraccionales (Suppe, 1985; Nemcok *et al.*, 2005) y se muestra cómo, combinando éstos, es posible obtener secciones estructurales balanceadas en cinturones de pliegues y cabalgaduras. Esta es sólo una discusión en términos descriptivos. Una derivación rigurosa está más allá de los objetivos de este trabajo.

### Pliegues de despegue

Los pliegues de despegue son las estructuras más sencillas que se presentan en cinturones de pliegues y cabalgaduras. En ellos la deformación se distribuye de manera continua formando un pliegue y quizá son los únicos tipos de estructuras para los que existe soluciones analíticas (v.g., Biot, 1961; Contreras, en prensa). Los pliegues de despegue son típicos de medios estratificados con un fuerte contraste reológico entre dos unidades litológicas: una unidad basal que consiste de rocas dúctiles tales como lutita o sal, sobreyacidas por una unidad competente compuesta habitualmente de caliza o arenisca. Estas dos capas responden a la aplicación de esfuerzos formando una estructura dómica limitada a profundidad por una falla inversa horizontal o despegue (Figura 7). Observaciones en las montañas Jura (Mitra, 2003) muestran que inicialmente los pliegues de despegue tienen flancos con echados bajos y razones pequeñas amplitud/longitud de onda. Conforme el acortamiento se incrementa, las rocas dúctiles fluyen hacia el núcleo de la estructura, los flancos rotan adquiriendo ángulos mayores y la estructura incrementa la razón

amplitud/longitud de onda (Mitra, 2003).

Contreras (en prensa) encontró una solución analítica a este tipo de plegamiento usando las siguientes condiciones de frontera: (i) el núcleo de la estructura emerge a una tasa de levantamiento tectónica  $v_n$  que es amortiguada en la dirección horizontal por una función coseno; (ii) las componentes horizontal y vertical del campo de velocidades se desvanecen a lo largo del despegue basal y en el núcleo de la estructura, respectivamente; es decir, el núcleo se levanta conforme el medio que lo rodea se acorta. El campo de velocidades que satisface las condiciones de frontera anteriores está dado por las expresiones:

$$v_x = -\frac{v_n L}{2\mu H} \operatorname{sen}(\mu x / L) - \frac{v_n x}{2H}, \quad (15)$$

$$v_y = \frac{v_n y}{2H} \cos(\mu x / L) + \frac{v_n y}{2H}. \quad (16)$$

La función de deformación o trayectoria que describen las partículas está dada por las expresiones

$$\xi_x(x, y) = x_0 \exp(-tv_n / H), \quad (17)$$

$$\xi_y(x, y) = y_0 \exp(tv_n [\cos(\pi x / L) + 1] / 2H), \quad (18)$$

en donde  $x_0$  y  $y_0$  son las posiciones de las partículas en el tiempo  $t_0$ . La Figura 7 muestra la solución encontrada por Contreras (en prensa) para el caso de secuencias estratigráficas de espesor constante.

### Pliegues-rampa

Este tipo de estructuras se desarrollan cuando un despegue basal comunica mediante una rampa a otro despegue

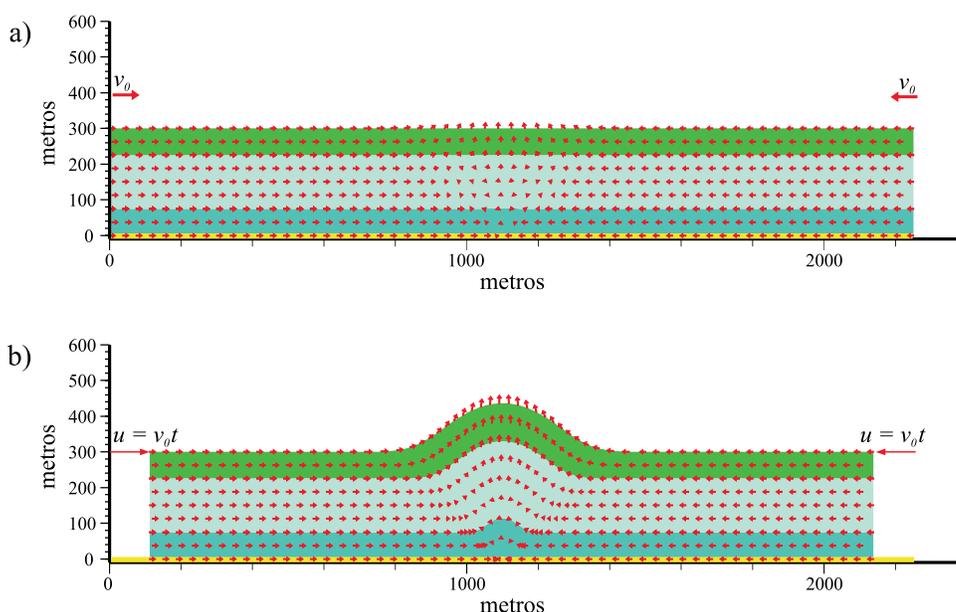


Figura 7. Campo de velocidades y deformación inducida en un medio estratificado por una falla de despegue (línea amarilla). a: Estado inicial; b: pliegue de despegue resultante.

que corre a lo largo de un horizonte dúctil ubicado en un nivel estratigráfico superior. Al desplazarse el bloque caído sobre el bloque de techo se forma un anticlinal acofrado simétrico sobre la rampa que corta el núcleo del anticlinal. Contreras y Suter (1990) y Contreras (1991) obtuvieron una solución numérica para simular la formación de pliegues-rampa (Figura 8). Las condiciones de frontera del modelo propuesto por estos autores son: (i) el flujo por transporte tectónico permanece constante con la profundidad y (ii) el flujo en el bloque superior es tangencial a la superficie de una cabalgadura subyacente.

Si el campo de velocidades es estacionario, el estado deformado se puede calcular mediante un simple esquema numérico iterando la Ecuación 14 sobre las posiciones de puntos materiales. Para ello es necesario conocer las posiciones iniciales y la geometría de la falla en el tiempo  $t_0$ . Por simplicidad, la geometría de la falla se aproxima por medio de segmentos rectos y los planos axiales entre dos segmentos de falla consecutivos limitan campos vectoriales homogéneos. Esto es el equivalente vectorial de los dominios de echados de Suppe (1983). La distorsión que sufre un cuerpo al desplazarse en dicho campo es por cizalla simple, lo que satisface el principio de conservación de masa pero no el de conservación de longitud de capas (Contreras y Suter, 1990).

### Pliegues de propagación de falla

Los pliegues de propagación de falla son estructuras similares a los pliegues rampa, ya que constan de una rampa que se ramifica de un despegue basal. La diferencia consiste en que la rampa se propaga hacia niveles estratigráficos

superiores sin comunicar con un despegue superior (Figura 9). Esto resulta en la formación de un anticlinal recumbente asimétrico con una falla ciega en su núcleo (Figura 9). Otra diferencia consiste en que el flanco posterior se deforma por rotación y cizalla simple mientras que el flanco frontal se deforma por cizalla triangular o *tricizalla* (Erslev, 1991; Allmendinger, 1998; Zehnder y Allmendinger, 2000).

Las condiciones de frontera e iniciales son básicamente las mismas del caso anterior, *i.e.*, flujo constante con profundidad y flujo tangencial a la superficie de la cabalgadura. En la región de tricizalla los vectores de velocidad decreentan su magnitud desde el plano axial apical hasta desvanecerse en la línea apical (Figura 9a). Esto resulta en cizalla simple. La zona de tricizalla es transportada con el extremo de la falla conforme se incrementa la zona de ruptura de la rampa (Figura 9b).

### MODELADO DE SECCIONES ESTRUCTURALES USANDO CINEMÁTICA DE LA DEFORMACIÓN

Ahora se presentan modelos de la geometría del subsuelo de algunas estructuras documentadas en cinturones de pliegues y cabalgaduras (Figuras 10–12). La geometría de los ejemplos seleccionados se encuentra razonablemente bien constreñida con secciones sísmicas, datos estructurales de afloramiento y de pozos. El objetivo de este ejercicio es mostrar que la formulación euleriana produce resultados similares a los obtenidos usando los métodos de balanceo tradicionales ya descritos. Para esto, las soluciones discutidas en la sección anterior se implementaron y codificaron en una serie de programas de cómputo. Los programas realizan una simulación directa de la deformación y es

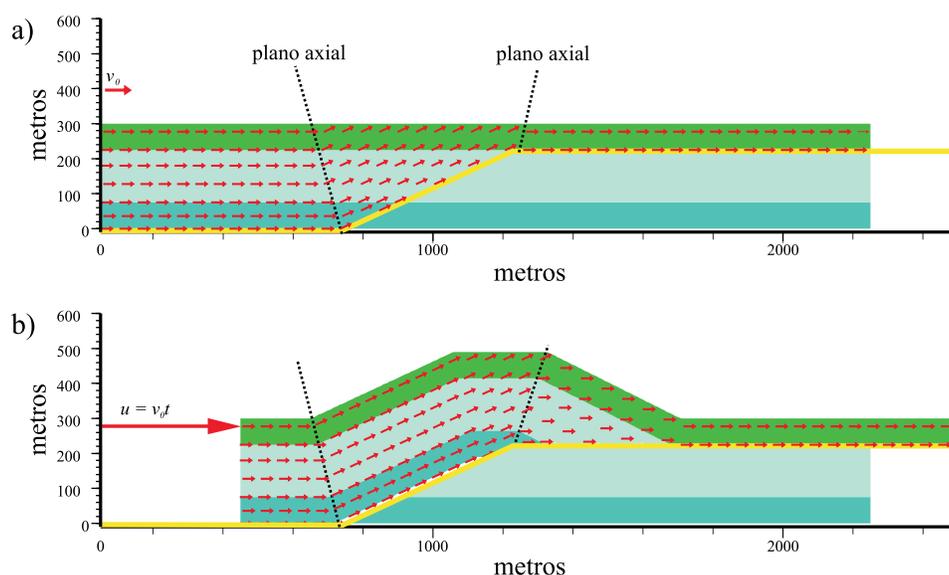


Figura 8. Campo de velocidades y deformación inducida en un medio estratificado por una falla con geometría despegue-rampa-despegue (línea amarilla). a: Estado inicial; b: pliegue-rampa resultante. Observe cómo los vectores de velocidad son paralelos a la superficie de la falla y cómo los planos axiales definen regiones de vectores constantes.

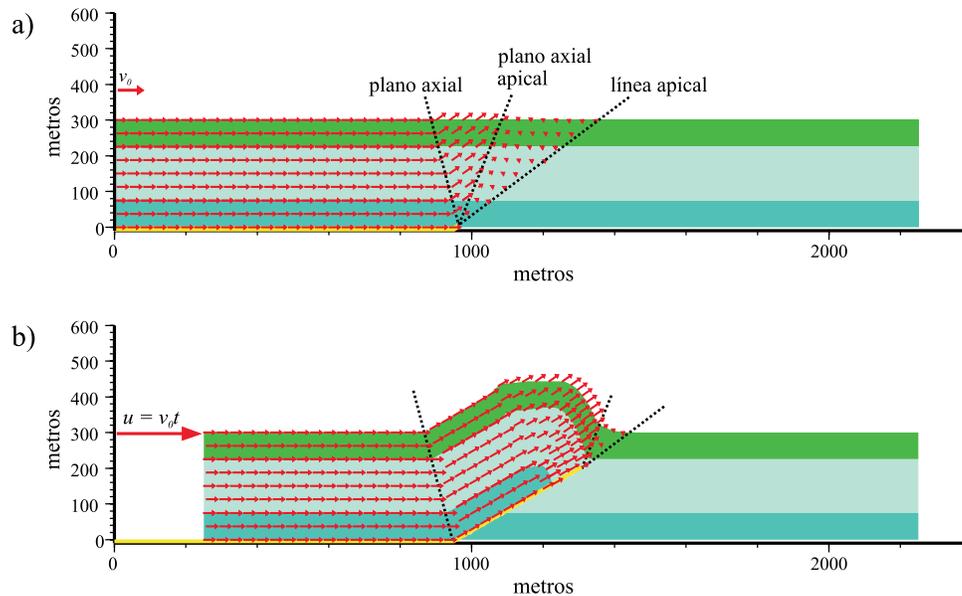


Figura 9. Campo de velocidades y deformación inducida en un medio estratificado por una falla ciega que se desprende de un despegue basal (línea amarilla). a: Estado inicial; b: pliegue de propagación de falla resultante. Observe como los vectores de velocidad en la región de cizalla triangular (región limitada por las líneas punteadas) decrecen gradualmente hasta ser nulos en la línea apical.

necesario alimentarlos con la geometría del estado inicial, las fallas y su secuencia de activación (ver Contreras, 2002, para más detalles).

El primer modelo corresponde a una sección estructural del anticlinal del Valle Powell en Tennessee, EE.UU. (Figura 10), un ejemplo clásico en la literatura de secciones balanceadas. Los parámetros del modelo se obtuvieron de una sección balanceada publicada por Woodward *et al.* (1985). En la simulación se utilizan siete mallas rectangulares para representar una serie de unidades estratigráficas tabulares con edades que van del Cámbrico al Pensilvánico. Las unidades están cortadas por tres fallas, dos de ellas tienen una geometría de despegue–rampa–despegue y la restante una geometría de despegue–rampa ciega. Los despegues corren paralelos a la estratificación y están ubicados en la base de la Formación Rome, el Grupo Conasauga y las unidades que conforman el Silúrico–Devónico (Figura 10). El orden de activación de las fallas en este modelo estructural balanceado ocurrió en la dirección del transporte tectónico.

El segundo ejemplo es un modelo estructural de la parte central de la Sierra Madre Oriental, en el estado de Hidalgo (Suter, 1987). La sección corre de WSW a ENE y corta a la plataforma carbonatada de Valles-San Luis Potosí y parte de la cuenca de Tampico-Mizantla (Figura 11). En la construcción de esta sección balanceada fue necesario utilizar cinco mallas para representar las unidades litológicas involucradas en la deformación. Una malla en forma de cuña, que representa unidades jurásicas, que se adelgaza  $0.2^\circ$  a lo largo de su base. Tres mallas para aproximar la geometría de la plataforma carbonatada de Valles-San Luis Potosí; una malla rectangular para las facies de interior de plata-

forma (Fm. El Abra) y dos mallas con forma de cuña para las facies de borde de plataforma (Fm. Tamabra). Para las rocas de la cuenca de Tampico-Mizantla (Fm. Tamaulipas) también se utilizó una malla que se adelgaza lateralmente  $0.5^\circ$  en su cima. Estas unidades fueron deformadas, durante la Orogenia Laramide de finales del Cretácico y principios del Terciario, por una serie de cabalgaduras que corren en la base de las unidades jurásicas y cortan las unidades cretácicas mediante rampas. Esta parte de la Sierra Madre Oriental está afectada por cinco fallas: Agua Fría, Lobo Ciénaga, Agua Zarca, la cabalgadura frontal y una falla inferida a profundidad denominada Pisa Flores.

El tercer ejemplo corresponde a un modelo estructural de los campos Cantarell y Sihil en la Sonda de Campeche en el sureste de México (Figura 12) y está basado en secciones publicadas por Mitra *et al.* (2006). Estos campos son el resultado de compresión durante el Mioceno y extensión en el Plioceno–Holoceno que afectan a una serie de secuencias estratigráficas depositadas desde el Jurásico hasta el Reciente. Para modelar esos campos se utilizaron ocho mallas: tres de geometría variable para el basamento, el cual se profundiza hacia el NE, tres más para secuencias del Jurásico y Cretácico temprano, y dos mallas tabulares representando brechas cretácicas y secuencias del Terciario. Los campos están afectados por dos cabalgaduras y una falla normal listrica. La cabalgadura principal (Cabalgadura Frontal) tiene una geometría de despegue–rampa–despegue que imparte una geometría de pliegue–rampa a la estructura (segundo panel de arriba a abajo en Figura 12). Por debajo de esta, una segunda falla inversa con geometría de despegue–rampa ciega (Falla Sihil) formó un pliegue de propagación de falla formando un dúplex de pila anticlinal

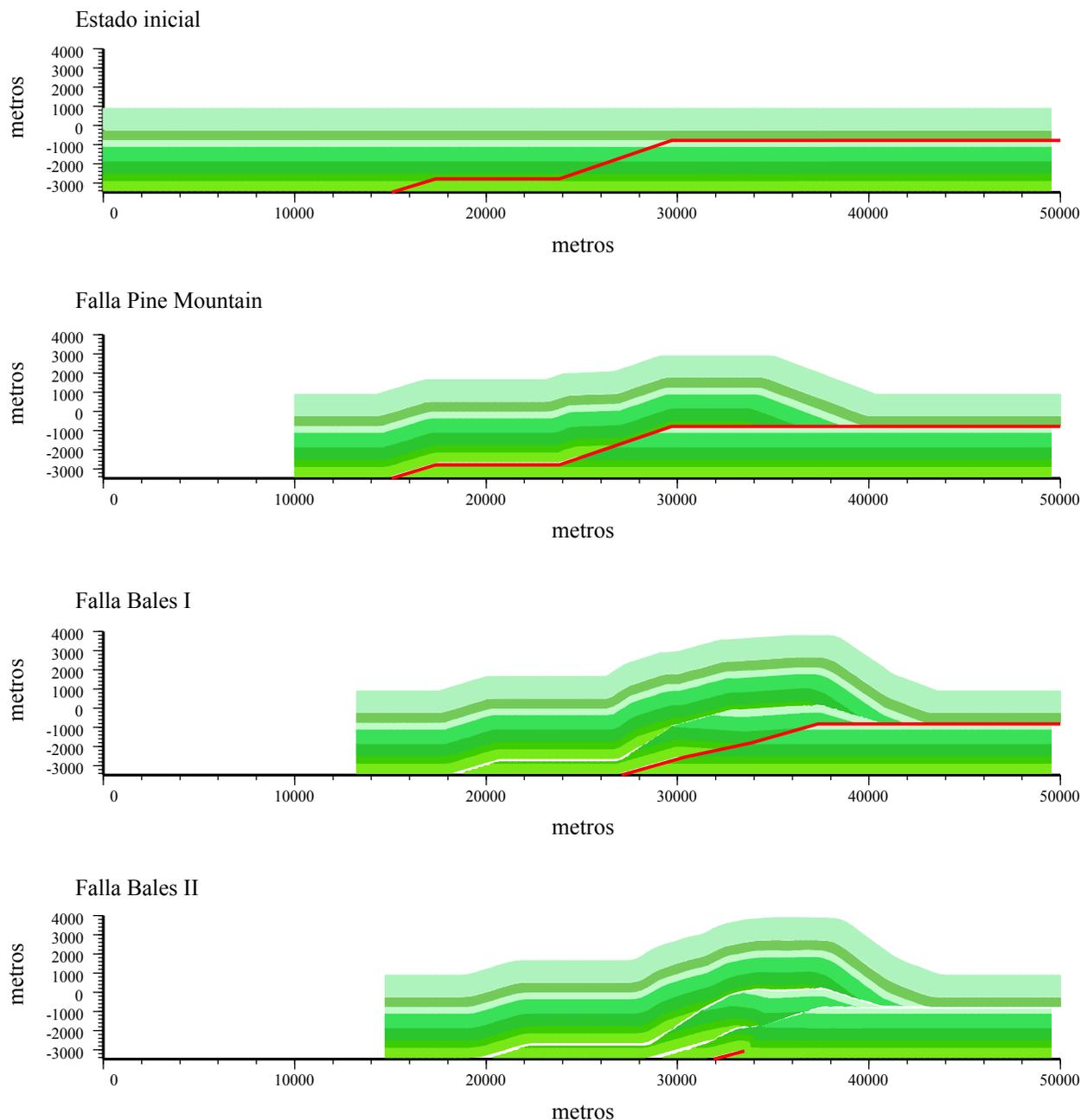


Figura 10. Evolución de la deformación del anticlinal del Valle Powell en Tennessee, EE.UU.

(Mitra *et al.*, 2005). Finalmente, el flanco posterior del duplex se colapsó por una falla listrica que reactivó la rampa de la cabalgadura frontal (falla Kutz).

## DISCUSIÓN

En esencia, el objetivo de construir una sección balanceada es el de eliminar la distorsión observada en una secuencia de rocas y llevarlas a su estado previo a la deformación. Si el estado inicial satisface las leyes estratigráficas de Steno, entonces se considera que la sección está

balanceada y que la reconstrucción obtenida es preferible a otros modelos del subsuelo basados solamente en datos estructurales incompletos. Otra característica importante de las secciones balanceadas es que su masa debe permanecer constante. La justificación física se encuentra, por supuesto, en la ley de conservación de masa.

Sin embargo, el acortamiento de las rocas es un proceso complejo multiescalar y es necesario hacer simplificaciones para poder obtener una reconstrucción del subsuelo que satisfaga esas restricciones. Quizá la suposición más cuestionable hecha en el balanceo de secciones estructurales es que la longitud de las unidades deformadas conserva su

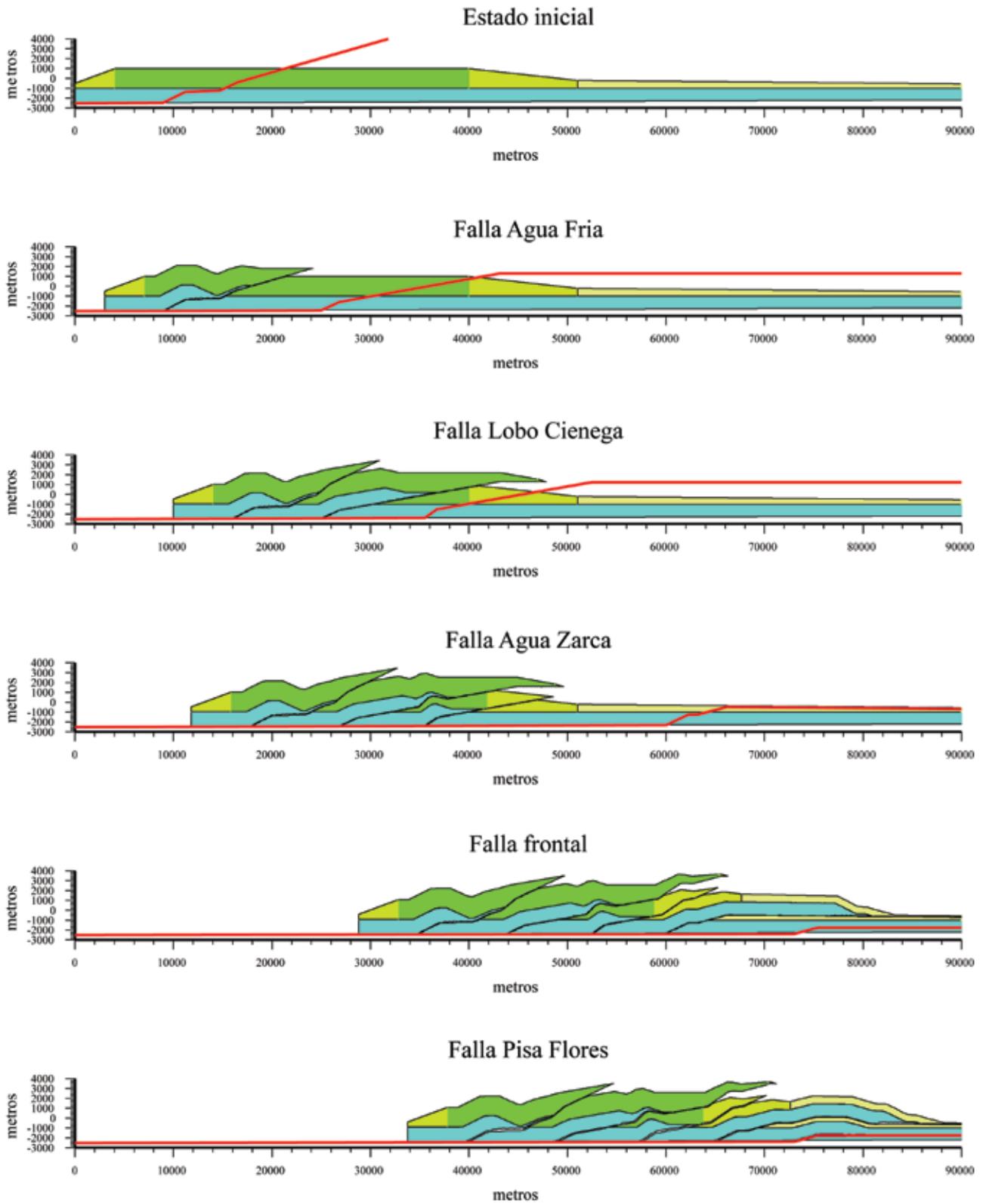


Figura 11. Secuencia de deformación para la parte central de la Sierra Madre Oriental en el estado de Hidalgo, México.

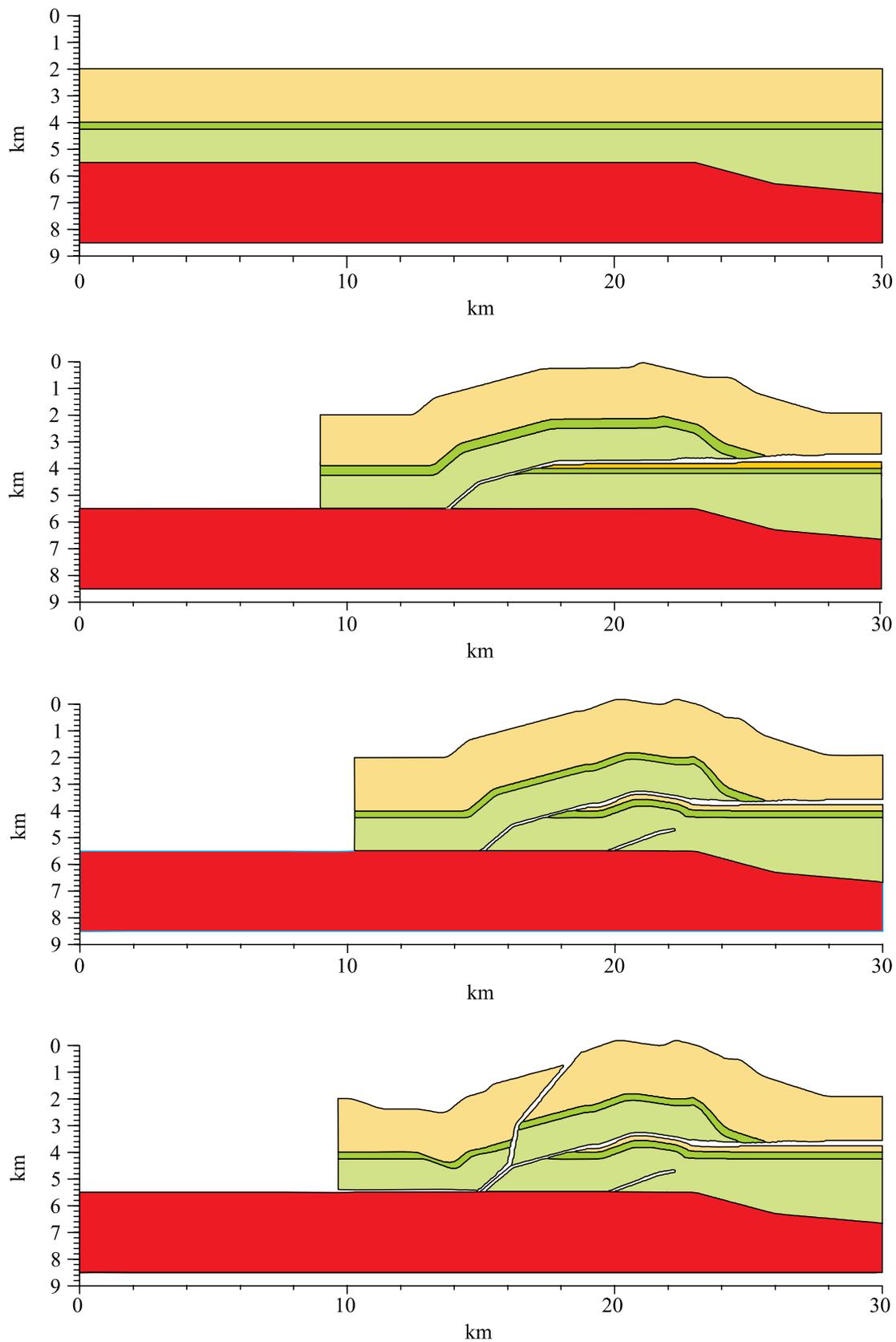


Figura 12. Evolución de la deformación de los campos Cantarell y Sihil en la Sonda de Campeche, Golfo de México.

longitud inicial. Esta es una suposición muy astringente que sólo es satisfecha por superficies desarrollables, que son aquéllas producidas por flexión y libres de extensión, contracción y cizalla (Duncan y Duncan, 1982).

Para tener una mejor idea de este tipo de proceso, considérese un marcador material dado por una curva paramétrica  $\phi(t)$  sujeta a una deformación  $\bar{\xi}\phi(t)$ . La longitud  $l'$  del marcador en el estado deformado entre dos puntos con coordenadas  $\bar{\xi}\phi(t_1)$  y  $\bar{\xi}\phi(t_2)$  está dada por la integral (Gurtin, 1981)

$$l' = \int_{t_1}^{t_2} ds(t). \quad (19)$$

donde  $ds$  es un diferencial de arco de curva. Ahora bien,  $ds$  puede establecerse como

$$ds = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \bar{\xi}(\phi(t + \Delta t)) - \bar{\xi}(\phi(t)) \right| = \left| \nabla \bar{\xi} \dot{\phi}(t) \right| dt. \quad (20)$$

Si el tensor de deformación  $\nabla \bar{\xi}$  se expresa en su forma polar

$$\nabla \bar{\xi} = RU, \quad (21)$$

donde  $R$  es una rotación de cuerpo rígido y  $U$  es el tensor de elongación derecho, entonces se obtiene

$$l' = \int_{t_1}^{t_2} \left| RU \dot{\phi}(t) \right| dt. \quad (22)$$

Las dos últimas ecuaciones muestran que el marcador no cambia su longitud sólo si la deformación consiste de una serie de rotaciones rígidas locales. Otra implicación es la siguiente. Este tipo de deformación es propia de materiales que no acumulan distorsión y, en consecuencia, esfuerzos ni energía (Kwon *et al.*, 2005). Claramente, las rocas de la corteza superior no se comportan de esta manera. Observaciones sísmológicas plasmadas en la teoría del rebote elástico muestran que las rocas de la corteza acumulan y liberan energía de manera cuasiperiódica. Por otra parte, hay observaciones que indican que los pliegues de despegue inicialmente crecen por engrosamiento de estratos y que no conservan la longitud de capas (Eppard y Groshong, 1993; Gonzalez-Mieres y Suppe, 2005; Hubert-Ferrari *et al.*, 2007). También se ha documentado que pliegues paralelos presentan fallamiento dilatante en regiones con alta curvatura y esta es una área de vigorosa investigación en la prospección de hidrocarburos (Erickson *et al.*, 2004; Al-Dossary y Marfurt, 2006). Quizá es tan poco realista como la teoría de flujo potencial de fluidos a la que Feynman *et al.* (2006) se refiere como la “teoría del agua seca.”

El principio de conservación de masa en su forma euleriana es mucho menos restrictivo y no es difícil demostrar que, además de rotaciones rígidas, deformaciones por cizalla pura y simple son también soluciones de la Ecuación 13. Además, también se puede demostrar que estos últimos modos de deformación en general no conservan longitudes (v.g., Contreras y Suter, 1990; Ramsay y Lisle, 2000; Twiss y Moores, 1992). La formulación euleriana también tiene la ventaja de que cambios en la densidad de las rocas pueden

incorporarse de manera natural en la ecuación de balance de masa. Un ejemplo es el caso de la compactación de sedimentos por expulsión de fluidos intragranulares. Si los cambios de densidad se aproximan por una función lineal,  $\rho = \rho_0 + \varepsilon y$ , donde  $\rho_0$  es la densidad en superficie y  $\varepsilon$  es la razón de compactación con la profundidad, entonces se obtiene que el principio de conservación de masa (11) es

$$(\rho_0 + \varepsilon y) \left[ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right] = -\varepsilon v_y. \quad (23)$$

Esta ecuación establece que cambios en la distribución espacial de la densidad afectan al campo de velocidades de un proceso de deformación. Esto es similar al fenómeno observado cuando un fluido se mueve a lo largo de un tubo de diámetro variable. El fluido debe cambiar su velocidad a lo largo del recorrido para mantener el flujo de masa constante. La Ecuación 23 predice el mismo fenómeno, excepto que los cambios de velocidad son modulados por variaciones en la densidad; esto es algo que no es evidente si únicamente se consideran longitudes y áreas para construir una sección balanceada.

## CONCLUSIONES

En este artículo se presentó una revisión del problema del balanceo de secciones usando algunos de los principios fundamentales de transporte y deformación de la mecánica del medio continuo. Se muestra cómo la solución a este problema depende del sistema de referencia escogido. En un sistema de referencia lagrangiano que se deforma con el medio, sólo es posible establecer la distorsión del medio usando marcadores materiales contenidos en él, y por lo tanto, el balanceo de una sección se formula como un problema de retrodeformabilidad que debe satisfacer las leyes estratigráficas de Steno.

También se muestra cómo, en un sistema inercial fijo euleriano, el balanceo de una sección resulta en un problema de cinemática ya que en este sistema el medio fluye. Utilizando resultados de la mecánica del medio continuo, la deformación se puede caracterizar a través de la ecuación de continuidad. Conociendo la solución a esta ecuación diferencial se pueden encontrar las trayectorias de las partículas. Este resultado fue utilizado para encontrar soluciones de procesos de deformación comúnmente encontrados en cinturones de pliegues y cabalgaduras. Secciones modeladas en donde se utilizan estas soluciones muestran que se pueden reproducir en detalle las complejidades observadas en este tipo de cinturones de deformación.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis colegas del grupo de sísmología aplicada de CICESE, a Juan García Abdeslem, al árbitro Gabriel Chávez Cabello y a un árbitro anónimo por sus va-

liosos comentarios que ayudaron a mejorar sustancialmente este trabajo. También agradezco a José de Jesús Mojarro Bermúdez y a Luis Carlos Gradilla Martínez por el apoyo técnico recibido durante el desarrollo de este trabajo. Este trabajo fué financiado por CONACyT (proyecto No. 60647) y por CICESE (proyecto interno No. 644116).

## REFERENCIAS

- Al-Dossary, S., Marfurt, K.J., 2006, 3D volumetric multispectral estimates of reflector curvature and rotation: *Geophysics*, 71(5), 41-51.
- Allmendinger, R.W., 1998, Inverse and forward numerical modeling of trishear fault propagation folds: *Tectonics*, 17(4), 640-656.
- Biot, M.A., 1961, Theory of folding of stratified visco-elastic media and its implications in tectonics and orogenesis: *Geological Society of America Bulletin*, 72(11), 1595-1620.
- Chamberlain, R.T., 1910, The Appalachian folds of Central Pennsylvania: *Journal of Geology*, 18(3), 228-251.
- Contreras, J., 1991, Kinematic modeling of cross-sectional sequences by computer simulation: coding and implementation of the model: *Computer & Geosciences*, 17(9), 1197-1217.
- Contreras, J., 2002, FBF: a software package for the construction of balanced cross sections: *Computers & Geosciences*, 28(8), 961-969.
- Contreras, J., en prensa, A model for low amplitude detachment folding and syntectonic stratigraphy based on the conservation of mass equation: *Journal of Structural Geology*.
- Contreras, J., Suter, M., 1990, Kinematic modeling of cross-sectional sequences by computer simulation: *Journal of Geophysical Research*, 95(B13), 21913-21929.
- Contreras, J., Suter, M., 1997, A kinematic model for the formation of duplex systems with a perfectly planar roof thrust: *Journal of Structural Geology*, 19(3-4), 269-278.
- Dahlstrom, C.D.A., 1969, Balanced cross sections: *Canadian Journal of Earth Science*, 6(4), 743-757.
- Duncan, J.P., Duncan, J.L., 1982, Folded Developables: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 383(1784), 191-205.
- Epard, J.L., Groshong, R.H.Jr., 1993, Excess area and depth to detachment: *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 77(8), 1291-1302.
- Erickson, S.G., Strayer, L.M., Suppe, J., 2004, Numerical modeling of hinge-zone migration in fault-bend folds, in McClay, K.R. (ed.), *Thrust Tectonics and Hydrocarbon Systems*: Tulsa, Oklahoma, American Association of Petroleum Geologists Memoir, 82, 438-452.
- Erslev, E.A., 1991, Trishear fault-propagation folding: *Geology*, 19(6), 617-620.
- Feynman, R.P., Leighton, R.B., Sands, M.L., Gottlieb, M.A., 2006, *The Feynman lectures on physics. The definitive and extended edition*: San Francisco, Pearson/Addison-Wesley, 384 pp.
- Gonzalez-Mieres, R., Suppe, J., 2006, Relief and shortening in detachment folds: *Journal of Structural Geology* 28(10), 1785-1807.
- Gurtin, M.E., 1981, *An Introduction to Continuum Mechanics*: San Diego, Academic Press, 265 pp.
- Hossack, J.R., 1979, The use of balanced cross-sections in the calculation of orogenic contraction: A review: *Journal of the Geological Society*, 136(6), 705-711.
- Hubert-Ferrari, A., Suppe, J., Gonzalez-Mieres, R., Wang, X., 2007, Mechanisms of active folding of the landscape (southern Tian Shan, China): *Journal of Geophysical Research*, 112, B03S09, doi:10.1029/2006JB004362.
- Kwon, D.Y., Park, F.C., Chi, D.P., 2005, Inextensible flows of curves and developable surfaces: *Applied Mathematics Letters*, 18(10), 1156-1162.
- Mitra, S., 2003, A unified kinematic model for the evolution of detachment folds: *Journal of Structural Geology*, 25(10), 1659-1673.
- Mitra, S., Correa-Figueroa, G., Hernandez-Garcia, J., Murillo-Alvarado, A., 2006, Three dimensional structural model of the Cantarell and Sihil structures, Campeche Bay, Mexico: *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 89(1), 1-26.
- Nemcok, M., Schamel, S., Gayer, R., 2005, *Thrustbelts structural architecture, thermal regimes, and petroleum systems*: New York, Cambridge University Press, 541 pp.
- Ramsay, J.G., Lisle, R.J., 2000, *The Techniques of Modern Structural Geology, Volume 3: Applications of continuum mechanics in structural geology*: London, Academic Press, 360 pp.
- Shaw, J.H., Connors, C., Suppe, J. (eds), 2005, *Seismic Interpretation of Contractional Fault-Related Folds: An American Association of Petroleum Geologists Seismic Atlas*: Tulsa, Oklahoma, American Association of Petroleum Geologists, *Studies in Geology*, 53, 156 pp.
- Suppe, J., 1983, Geometry and kinematics of fault-bend folding: *American Journal of Science*, 283, 684-721.
- Suppe, J., 1985, *Principles of Structural Geology*: New Jersey, Prentice-Hall, 537 pp.
- Suter, M., 1981, *Strukturelles Querprofil durch den nordwestlichen Faltenjura, Mt. Terri-Randüberschiebung-Freiberge*: *Eclogae Geologicae Helveticae*, 74, 255-275.
- Suter, M., 1987, Structural traverse across the Sierra Madre Oriental fold-thrust belt in east-central Mexico: *Geological Society of America Bulletin*, 98(3), 249-264.
- Swennen, R., Roure, F., Granath, J.W. (eds.), 2004, *Deformation, fluid flow, and reservoir appraisal in foreland fold and thrust belts*: Tulsa, American Association of Petroleum Geologists, *Hedberg Series*, 1, 450 pp.
- Twiss, R.J., Moores, E.M., 1992, *Structural geology*: New York, WH Freeman & Company, 532 pp.
- Wilkerson, M.S., Dicken, C.L., 2001, Quick look techniques for evaluating two-dimensional cross sections in detached contractional settings: *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 85(10), 1759-1770.
- Woodward, N.B., Boyer, S.E., Suppe, J., 1985, *An outline of balanced cross-sections*, 2nd edition: Tennessee, University of Tennessee, Department of Geological Sciences, *Studies in Geology* 11, 170 pp.
- Yilmaz, O., 1987, *Seismic Data Processing*: Oklahoma, Society of Exploration Geophysicists, 526 pp.
- Zehnder, A.T., Allmendinger, R.W., 2000, Velocity field for the trishear model: *Journal of Structural Geology*, 22(8), 1009-1014.

Manuscrito recibido: Enero 16, 2009

Manuscrito corregido recibido: Mayo 10, 2009

Manuscrito aceptado: Octubre 10, 2009